9. TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA (MAST)

Profesor Milan Merkle
emerkle@etf.rs milanmerkle.etf.rs

Matematička statistika-Proleće 2021

Primer

Primer: Bacamo novčić 100 puta i dobijemo 60 pisama. Da li je novčić fer?

$$P(S = 60) = 0.0108, \textit{ali } P(S = 50) = 0.0796$$

Računa se verovatnoća celog ekstremnog događaja, tj. $P(S \geq 60)$.
Preko Čebiševa?

$$P(|S - 50| \geq 10) \leq 0.25 \implies P(S \geq 60) \leq 0.125$$

Tačna vrednost je $P(S \geq 60) = 0.028$. *U hiljadu ponavljanja eksperimenta sa 100 bacanja dobili bismo 60 ili više pisama 28 puta.*
Da li je to dovoljan dokaz da novčić nije fer?

Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze: H_0 i H_1:

- *H_0- nulta hipoteza (neutralno ili očekivano stanje).*
- *H_1 - alternativna hipoteza je obično ona koju želimo da dokažemo.*

Cilj testa je da se nađu dokazi protiv hipoteze H_0, a u korist hipoteze H_1. Za testiranje treba statistika testa S i oblast odbacivanja C.

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- *Ako je $S \in C$, odbacujemo H_0 u korist H_1*
- *Ako je $S \notin C$, ne odbacujemo H_0.*

Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze: H_0 i H_1:

- *H_0- nulta hipoteza (neutralno ili očekivano stanje).*
- *H_1 - alternativna hipoteza je obično ona koju želimo da dokažemo.*

Cilj testa je da se nađu dokazi protiv hipoteze H_0, a u korist hipoteze H_1. Za testiranje treba statistika testa S i oblast odbacivanja C.

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- *Ako je $S \in C$, odbacujemo H_0 u korist H_1*
- *Ako je $S \notin C$, ne odbacujemo H_0.*

Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze: H_0 i H_1:

- *H_0- nulta hipoteza (neutralno ili očekivano stanje).*
- *H_1 - alternativna hipoteza je obično ona koju želimo da dokažemo.*

Cilj testa je da se nađu dokazi protiv hipoteze H_0, a u korist hipoteze H_1. Za testiranje treba statistika testa S i oblast odbacivanja C.

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- *Ako je $S \in C$, odbacujemo H_0 u korist H_1*
- *Ako je $S \notin C$, ne odbacujemo H_0.*

Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze: H_0 i H_1:

- H_0- *nulta hipoteza (neutralno ili očekivano stanje).*
- H_1 - *alternativna hipoteza je obično ona koju želimo da dokažemo.*

Cilj testa je da se nađu dokazi protiv hipoteze H_0, a u korist hipoteze H_1. Za testiranje treba statistika testa S i oblast odbacivanja C.

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- *Ako je $S \in C$, odbacujemo H_0 u korist H_1*
- *Ako je $S \notin C$, ne odbacujemo H_0.*

Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze: H_0 i H_1:

- *H_0- nulta hipoteza (neutralno ili očekivano stanje).*
- *H_1 - alternativna hipoteza je obično ona koju želimo da dokažemo.*

Cilj testa je da se nađu dokazi protiv hipoteze H_0, a u korist hipoteze H_1. Za testiranje treba statistika testa S i oblast odbacivanja C.

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- *Ako je $S \in C$, odbacujemo H_0 u korist H_1*
- *Ako je $S \notin C$, ne odbacujemo H_0.*

Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze: H_0 i H_1:

- *H_0- nulta hipoteza (neutralno ili očekivano stanje).*
- *H_1 - alternativna hipoteza je obično ona koju želimo da dokažemo.*

Cilj testa je da se nađu dokazi protiv hipoteze H_0, a u korist hipoteze H_1. Za testiranje treba statistika testa S i oblast odbacivanja C.

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- *Ako je $S \in C$, odbacujemo H_0 u korist H_1*
- *Ako je $S \notin C$, ne odbacujemo H_0.*

Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze: H_0 i H_1:

- *H_0- nulta hipoteza (neutralno ili očekivano stanje).*
- *H_1 - alternativna hipoteza je obično ona koju želimo da dokažemo.*

Cilj testa je da se nađu dokazi protiv hipoteze H_0, a u korist hipoteze H_1. Za testiranje treba statistika testa S i oblast odbacivanja C.

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- *Ako je $S \in C$, odbacujemo H_0 u korist H_1*
- *Ako je $S \notin C$, ne odbacujemo H_0.*

Testiranje parametarskih hipoteza

Ako je $\theta \in \Theta$, hipoteze se definišu kao $H_0 : \ \theta \in \Theta_0$ i $H_1 : \ \theta \in \Theta_1$. U primeru sa novčićem:

$$\Theta = (0,1), \quad \Theta_0 = \{1/2\}, \quad \Theta_1 = (1/2, 1).$$

Za hipoteze se kaže da su komplementarne ako je $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$. Ako hipoteze nisu komplementarne, može se dogoditi da nijedna od hipoteza H_0, H_1 nije tačna.

Dve vrste grešaka

- *Moć testa je verovatnoća da se H_0 odbaci kao funkcija od $\theta \in \Theta$:*

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \qquad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste nastaje ako se H_0 odbaci kada je H_0 tačna, tj. stvarno θ je u Θ_0. Verovatnoća greške prve vrste je*

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste nastaje ako se H_0 ne odbaci kada je H_1 tačna, tj. kad $\theta \in \Theta_1$.Verovatnoća ove greške u funkciji od $\theta \in \Theta_1$ je*

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste je nivo značajnosti testa:*

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

Dve vrste grešaka

- *Moć testa* je verovatnoća da se H_0 odbaci kao funkcija od $\theta \in \Theta$:

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \qquad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste* nastaje ako se H_0 odbaci kada je H_0 tačna, tj. stvarno θ je u Θ_0. Verovatnoća greške prve vrste je

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste* nastaje ako se H_0 ne odbaci kada je H_1 tačna, tj. kad $\theta \in \Theta_1$.Verovatnoća ove greške u funkciji od $\theta \in \Theta_1$ je

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste je nivo značajnosti testa:*

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

Dve vrste grešaka

- *Moć testa je verovatnoća da se H_0 odbaci kao funkcija od $\theta \in \Theta$:*

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \qquad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste nastaje ako se H_0 odbaci kada je H_0 tačna, tj. stvarno θ je u Θ_0. Verovatnoća greške prve vrste je*

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste nastaje ako se H_0 ne odbaci kada je H_1 tačna, tj. kad $\theta \in \Theta_1$. Verovatnoća ove greške u funkciji od $\theta \in \Theta_1$ je*

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste je nivo značajnosti testa:*

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

Dve vrste grešaka

- *Moć testa* je verovatnoća da se H_0 odbaci kao funkcija od $\theta \in \Theta$:

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \qquad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste* nastaje ako se H_0 odbaci kada je H_0 tačna, tj. stvarno θ je u Θ_0. Verovatnoća greške prve vrste je

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste* nastaje ako se H_0 ne odbaci kada je H_1 tačna, tj. kad $\theta \in \Theta_1$. Verovatnoća ove greške u funkciji od $\theta \in \Theta_1$ je

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste je nivo značajnosti testa:*

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

Dve vrste grešaka

- *Moć testa je verovatnoća da se H_0 odbaci kao funkcija od $\theta \in \Theta$:*

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \qquad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste nastaje ako se H_0 odbaci kada je H_0 tačna, tj. stvarno θ je u Θ_0. Verovatnoća greške prve vrste je*

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad za\ \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste nastaje ako se H_0 ne odbaci kada je H_1 tačna, tj. kad $\theta \in \Theta_1$.Verovatnoća ove greške u funkciji od $\theta \in \Theta_1$ je*

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad za\ \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste je nivo značajnosti testa:*

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

Kritična vrednost za oblast odbacivanja

Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je $C = [c, 100]$ *(c je kritična vrednost). Kako se ponašaju* $\alpha(0.5)$ *i* $\beta(0.6)$ *za razne c?*

- $c = 60: \ \alpha = 0.028, \ \beta(0.6) = 0.457.$
- $c = 65: \ \alpha = 0.00176, \ \beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55: \ \alpha = 0.184, \ \beta(0.6) = 0.131$

Za dato n ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti H_0 *ako je tačna.*

Za izabrani nivo značajnosti α *nalazimo c iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

Standardne vrednosti su $\alpha = 0.1, \ 0.05, \ 0.01.$

Kritična vrednost za oblast odbacivanja

Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je $C = [c, 100]$ *(c je kritična vrednost). Kako se ponašaju* $\alpha(0.5)$ *i* $\beta(0.6)$ *za razne c?*

- $c = 60: \ \alpha = 0.028, \ \beta(0.6) = 0.457.$
- $c = 65: \ \alpha = 0.00176, \ \beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55: \ \alpha = 0.184, \ \beta(0.6) = 0.131$

Za dato n ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti H_0 *ako je tačna.*

Za izabrani nivo značajnosti α *nalazimo c iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

Standardne vrednosti su $\alpha = 0.1, \ 0.05, \ 0.01.$

Kritična vrednost za oblast odbacivanja

Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je $C = [c, 100]$ *(c je kritična vrednost). Kako se ponašaju* $\alpha(0.5)$ *i* $\beta(0.6)$ *za razne* c*?*

- $c = 60: \ \alpha = 0.028, \ \beta(0.6) = 0.457.$
- $c = 65: \ \alpha = 0.00176, \ \beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55: \ \alpha = 0.184, \ \beta(0.6) = 0.131$

Za dato n ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti H_0 *ako je tačna.*

Za izabrani nivo značajnosti α *nalazimo c iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

Standardne vrednosti su $\alpha = 0.1, \ 0.05, \ 0.01.$

Kritična vrednost za oblast odbacivanja

Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je $C = [c, 100]$ *(c je kritična vrednost). Kako se ponašaju* $\alpha(0.5)$ *i* $\beta(0.6)$ *za razne c?*

- $c = 60: \ \alpha = 0.028, \ \beta(0.6) = 0.457.$
- $c = 65: \ \alpha = 0.00176, \ \beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55: \ \alpha = 0.184, \ \beta(0.6) = 0.131$

Za dato n ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti H_0 *ako je tačna.*

Za izabrani nivo značajnosti α *nalazimo c iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

Standardne vrednosti su $\alpha = 0.1, \ 0.05, \ 0.01.$

Kritična vrednost za oblast odbacivanja

Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je $C = [c, 100]$ *(*c *je* ***kritična vrednost****). Kako se ponašaju* $\alpha(0.5)$ *i* $\beta(0.6)$ *za razne* c*?*

- $c = 60: \ \alpha = 0.028, \ \beta(0.6) = 0.457.$
- $c = 65: \ \alpha = 0.00176, \ \beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55: \ \alpha = 0.184, \ \beta(0.6) = 0.131$

Za dato n *ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti* H_0 *ako je tačna.*

Za izabrani nivo značajnosti α *nalazimo* c *iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

Standardne vrednosti su $\alpha = 0.1, \ 0.05, \ 0.01.$

Kritična vrednost za oblast odbacivanja

Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je $C = [c, 100]$ *(*c *je kritična vrednost). Kako se ponašaju* $\alpha(0.5)$ *i* $\beta(0.6)$ *za razne* c*?*

- $c = 60$: $\alpha = 0.028$, $\beta(0.6) = 0.457$.
- $c = 65$: $\alpha = 0.00176$, $\beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55$: $\alpha = 0.184$, $\beta(0.6) = 0.131$

Za dato n *ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti* H_0 *ako je tačna.*

Za izabrani nivo značajnosti α *nalazimo* c *iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

Standardne vrednosti su $\alpha = 0.1,\ 0.05,\ 0.01$.

Primer sa novčićima-nastavak

Za $\alpha = 0.05$:

Izračunavanjem preko binomnih verovatnoća:

$$P(S \geq 59 \mid \mu = 0.5) = 0.0443$$

$$P(S \geq 58 \mid \mu = 0.5) = 0.0666$$

Usvajamo $c = 59$. Ako je broj pisama $S \geq 59$ odbacujemo H_0, u protivnom ne odbacujemo.

Izračunavanjem aproksimativne verovatnoće iz normalne raspodele:

- *Za $p = 0.5$:* $\mathrm{E}\, S = 50, \mathrm{Var}\, S = 25$: $Z = \frac{S-50}{5} \sim \mathcal{N}(0,1)$

$$P(S \geq c) = P\left(Z \geq \frac{c-50}{5}\right) = 0.5 \implies c = 58.25$$

- *Usvajamo $c = 59$. Problemi kod diskretnih raspodela!*

Primer sa novčićima-nastavak

Za $\alpha = 0.05$:

Izračunavanjem preko binomnih verovatnoća:

$$P(S \geq 59 \mid \mu = 0.5) = 0.0443$$

$$P(S \geq 58 \mid \mu = 0.5) = 0.0666$$

Usvajamo $c = 59$. Ako je broj pisama $S \geq 59$ odbacujemo H_0, u protivnom ne odbacujemo.

Izračunavanjem aproksimativne verovatnoće iz normalne raspodele:

- *Za $p = 0.5$:* $\mathrm{E}\, S = 50, \mathrm{Var}\, S = 25$: $Z = \frac{S-50}{5} \sim \mathcal{N}(0,1)$

$$P(S \geq c) = P\left(Z \geq \frac{c-50}{5}\right) = 0.5 \implies c = 58.25$$

- *Usvajamo $c = 59$. Problemi kod diskretnih raspodela!*

Primer sa novčićima-nastavak

Za $\alpha = 0.05$:

Izračunavanjem preko binomnih verovatnoća:

$$P(S \geq 59 \mid \mu = 0.5) = 0.0443$$

$$P(S \geq 58 \mid \mu = 0.5) = 0.0666$$

Usvajamo $c = 59$. Ako je broj pisama $S \geq 59$ odbacujemo H_0, u protivnom ne odbacujemo.

Izračunavanjem aproksimativne verovatnoće iz normalne raspodele:

- *Za $p = 0.5$:* $\mathrm{E}\, S = 50, \mathrm{Var}\, S = 25$*:* $Z = \frac{S-50}{5} \sim \mathcal{N}(0,1)$

$$P(S \geq c) = P\left(Z \geq \frac{c-50}{5}\right) = 0.5 \implies c = 58.25$$

- *Usvajamo $c = 59$. Problemi kod diskretnih raspodela!*

Primer sa novčićima-nastavak

Za $\alpha = 0.05$:

Izračunavanjem preko binomnih verovatnoća:

$$P(S \geq 59 \mid \mu = 0.5) = 0.0443$$

$$P(S \geq 58 \mid \mu = 0.5) = 0.0666$$

Usvajamo $c = 59$. Ako je broj pisama $S \geq 59$ odbacujemo H_0, u protivnom ne odbacujemo.

Izračunavanjem aproksimativne verovatnoće iz normalne raspodele:

- *Za $p = 0.5$:* $\mathrm{E}\, S = 50, \mathrm{Var}\, S = 25$*:* $Z = \frac{S-50}{5} \sim \mathcal{N}(0,1)$

$$P(S \geq c) = P\left(Z \geq \frac{c-50}{5}\right) = 0.5 \implies c = 58.25$$

- *Usvajamo $c = 59$. Problemi kod diskretnih raspodela!*

Testiranje preko intervala poverenja

U primeru sa novčićima, oblast odbacivanja je oblika $[c, 100]$.
Aproksimativni interval oblika $[A, +\infty)$ *preko CGT* ($\hat{p} = S/100$):

$$I_{1-\alpha} = \left(\hat{p} - \varepsilon_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, +\infty \right).$$

Za $\alpha = 0.05, \sigma = \frac{1}{2}$ *(najgori slučaj)*, $n = 100$, *dobijamo interval*

$$I_{1-\alpha} = \left(\frac{S}{100} - \frac{1.65}{20}, +\infty \right),$$

Odbacujemo H_0 *sa nivoom značajnosti* 0.05, *ako i samo ako* $I_{1-\alpha}$ *ne sadrži* $1/2$, *odnosno ako* $\frac{S}{100} - \frac{1.65}{20} > 1/2 \implies S > 58.25$

Testiranje preko intervala poverenja - opšti slučaj

Za $\Theta = [a, b]$ $(-\infty \leq a < b \leq +\infty)$:

Neka su H_0 i H_1 hipoteze kojima odgovaraju oblasti Θ_0 i Θ_1 vrednosti parametra θ. Konstruišimo interval poverenja $I_{1-\alpha}$ sa nivoom poverenja $1-\alpha$ po sledećem pravilu

Ako je H_1 oblika	tada je $I_{1-\alpha}$ oblika
$\theta < \theta_0$	(a, B)
$\theta > \theta_0$	(A, b)
$\theta \neq \theta_0$	(A, B)

(A i B su slučajne promenljive)

Test sa pravilom odlučivanja

$$\text{Hipoteza } H_0 \text{ se odbacuje ako i samo ako } I_{1-\alpha} \cap \Theta_0 = \emptyset$$

ima nivo značajnosti jednak α.

Testiranje preko značajnosti (p-vrednosti)

Neka je $S = s$ realizovana vrednost statistike testa. **Značajnost** *događaja $S = s$ ili* **p-vrednost** *je verovatnoća da se pod nultom hipotezom dogodi događaj $S = s$ ili ekstremniji u pravcu alternativne hipoteze. Na primer, ako su velike vrednosti statistike S dokazi protiv H_0 a u korist H_1, onda se p-vrednost za $S = s$ dobija kao $\sup_{\theta \in \Theta_0} P(S \geq s)$.*
Odavde sledi da je p-vrednost najmanji nivo značajnosti na kome bismo hipotezu H_0 odbacili sa datim uzorkom.
Što je značajnost manja, utoliko su jači dokazi protiv H_0 u korist H_1. $\surd$

Primer sa novčićima!

Primer sa složenom hipotezom H_0

Primer 159. *Uzorak* $(X_1, \ldots, X_{100})$ *iz normalne raspodele* $\mathcal{N}(\mu, 1)$, *gde je* μ *nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \ \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \ \mu \le 1\,.$$

- *Statistika testa:* $\hat{\mu}$.
- *Male vrednosti* $\hat{\mu}$ *su dokazi protiv* H_0 *a u korist* H_1. *Oblast odbacivanja je* $(-\infty, c]$.
- *p-vrednost za realizovano* $\hat{\mu} = t$ *je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \le t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \le t \mid \mu = 1) = P\left(Z \le \frac{t-1}{1/10}\right).$$

Na primer, za $\hat{\mu} = 0.8$ *dobijamo p-vrednost* 0.023.

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv* H_0.

Primer sa složenom hipotezom H_0

Primer 159. *Uzorak* $(X_1, \ldots, X_{100})$ *iz normalne raspodele* $\mathcal{N}(\mu, 1)$, *gde je* μ *nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \ \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \ \mu \le 1 \, .$$

- *Statistika testa:* $\hat{\mu}$.
- *Male vrednosti* μ *su dokazi protiv* H_0 *a u korist* H_1. *Oblast odbacivanja je* $(-\infty, c]$.
- *p-vrednost za realizovano* $\hat{\mu} = t$ *je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \le t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \le t \mid \mu = 1) = P\left(Z \le \frac{t-1}{1/10}\right) .$$

Na primer, za $\hat{\mu} = 0.8$ *dobijamo p-vrednost* 0.023.

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv* H_0.

Primer sa složenom hipotezom H_0

Primer 159. *Uzorak* $(X_1, \ldots, X_{100})$ *iz normalne raspodele* $\mathcal{N}(\mu, 1)$, *gde je* μ *nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \ \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \ \mu \leq 1 \, .$$

- *Statistika testa:* $\hat{\mu}$.
- *Male vrednosti* μ *su dokazi protiv* H_0 *a u korist* H_1. *Oblast odbacivanja je* $(-\infty, c]$.
- *p-vrednost za realizovano* $\hat{\mu} = t$ *je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t-1}{1/10}\right).$$

Na primer, za $\hat{\mu} = 0.8$ *dobijamo p-vrednost* 0.023.

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv* H_0.

Primer sa složenom hipotezom H_0

Primer 159. *Uzorak* $(X_1, \ldots, X_{100})$ *iz normalne raspodele* $\mathcal{N}(\mu, 1)$, *gde je* μ *nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \ \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \ \mu \leq 1 \,.$$

- *Statistika testa:* $\hat{\mu}$.
- *Male vrednosti* μ *su dokazi protiv* H_0 *a u korist* H_1. *Oblast odbacivanja je* $(-\infty, c]$.
- *p-vrednost za realizovano* $\hat{\mu} = t$ *je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t-1}{1/10}\right).$$

Na primer, za $\hat{\mu} = 0.8$ *dobijamo p-vrednost* 0.023.

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv* H_0.

Primer sa složenom hipotezom H_0

Primer 159. *Uzorak* $(X_1, \ldots, X_{100})$ *iz normalne raspodele* $\mathcal{N}(\mu, 1)$, *gde je* μ *nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \ \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \ \mu \le 1 \,.$$

- *Statistika testa:* $\hat{\mu}$.
- *Male vrednosti* μ *su dokazi protiv* H_0 *a u korist* H_1. *Oblast odbacivanja je* $(-\infty, c]$.
- *p-vrednost za realizovano* $\hat{\mu} = t$ *je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \le t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \le t \mid \mu = 1) = P\left(Z \le \frac{t-1}{1/10}\right).$$

Na primer, za $\hat{\mu} = 0.8$ *dobijamo p-vrednost* 0.023.

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv* H_0.

Primer sa složenom hipotezom H_0

Primer 159. *Uzorak* $(X_1, \ldots, X_{100})$ *iz normalne raspodele* $\mathcal{N}(\mu, 1)$*, gde je* μ *nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \ \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \ \mu \leq 1\,.$$

- *Statistika testa:* $\hat{\mu}$.
- *Male vrednosti* μ *su dokazi protiv* H_0 *a u korist* H_1*. Oblast odbacivanja je* $(-\infty, c]$.
- *p-vrednost za realizovano* $\hat{\mu} = t$ *je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t-1}{1/10}\right).$$

Na primer, za $\hat{\mu} = 0.8$ *dobijamo p-vrednost* 0.023.

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv* H_0.

Treba znati da . . .

- Kritična oblast zavisi od H_1 (dokazi protiv H_0 a u korist H_1 !)
- U slučaju kad se H_0 ne odbacuje, to ne znači da je potvrđena, već samo da nema dokaza protiv H_0 u korist H_1. U primeru novčića, u svakom slučaju u kome nije odbačena hipoteza $p = 0.5$, neće biti odbačena nijedna hipoteza $p = p_0$ sa $p_0 > 0.5$. Takođe može se dogoditi da sa istim podacima ne bude odbačena ni hipoteza sa $p_0 = 0.49$ i slično.
- Ako koristimo statistički softver za testiranje hipoteza, dobićemo kao odgovor samo značajnost (p-value).
- Sa dovoljno velikim uzorkom može se kontrolisati verovatnoća grešaka obe vrste.

Treba znati da ...

- Kritična oblast zavisi od H_1 (dokazi protiv H_0 a u korist H_1 !)
- U slučaju kad se H_0 ne odbacuje, to ne znači da je potvrđena, već samo da nema dokaza protiv H_0 u korist H_1. U primeru novčića, u svakom slučaju u kome nije odbačena hipoteza $p = 0.5$, neće biti odbačena nijedna hipoteza $p = p_0$ sa $p_0 > 0.5$. Takođe može se dogoditi da sa istim podacima ne bude odbačena ni hipoteza sa $p_0 = 0.49$ i slično.
- Ako koristimo statistički softver za testiranje hipoteza, dobićemo kao odgovor samo značajnost (p-value).
- Sa dovoljno velikim uzorkom može se kontrolisati verovatnoća grešaka obe vrste.

Treba znati da ...

- Kritična oblast zavisi od H_1 (dokazi protiv H_0 a u korist H_1 !)
- U slučaju kad se H_0 ne odbacuje, to ne znači da je potvrđena, već samo da nema dokaza protiv H_0 u korist H_1. U primeru novčića, u svakom slučaju u kome nije odbačena hipoteza $p = 0.5$, neće biti odbačena nijedna hipoteza $p = p_0$ sa $p_0 > 0.5$. Takođe može se dogoditi da sa istim podacima ne bude odbačena ni hipoteza sa $p_0 = 0.49$ i slično.
- Ako koristimo statistički softver za testiranje hipoteza, dobićemo kao odgovor samo značajnost (p-value).
- Sa dovoljno velikim uzorkom može se kontrolisati verovatnoća grešaka obe vrste.

Treba znati da ...

- Kritična oblast zavisi od H_1 (dokazi protiv H_0 a u korist H_1 !)
- U slučaju kad se H_0 ne odbacuje, to ne znači da je potvrđena, već samo da nema dokaza protiv H_0 u korist H_1. U primeru novčića, u svakom slučaju u kome nije odbačena hipoteza $p = 0.5$, neće biti odbačena nijedna hipoteza $p = p_0$ sa $p_0 > 0.5$. Takođe može se dogoditi da sa istim podacima ne bude odbačena ni hipoteza sa $p_0 = 0.49$ i slično.
- Ako koristimo statistički softver za testiranje hipoteza, dobićemo kao odgovor samo značajnost (p-value).
- Sa dovoljno velikim uzorkom može se kontrolisati verovatnoća grešaka obe vrste.

Za vežbu: Primeri 152, 153, 156, 157, 158, 162-164; Zadaci: 162-167, 171.