

# 9. TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA (SI, MAST)

Profesor Milan Merkle  
emerkle@etf.rs milanmerkle.etf.rs

Matematička Statistika-jesen 2019

## Primer

*Primer: Bacamo novčić 100 puta i dobijemo 60 pisama. Da li je novčić fer?*

$$P(S = 60) = 0.0108, \text{ ali } P(S = 50) = 0.0796$$

*Računa se verovatnoća celog ekstremnog događaja, tj.  $P(S \geq 60)$ .  
Preko Čebiševa?*

$$P(|S - 50| \geq 10) \leq 0.25 \implies P(S \geq 60) \leq 0.125$$

*Tačna vrednost je  $P(S \geq 60) = 0.028$ . U hiljadu ponavljanja eksperimenta sa 100 bacanja dobili bismo 60 ili više pisama 28 puta.*

*Da li je to dovoljan dokaz da novčić nije fer?*

# Testiranje hipoteza

*Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze:  $H_0$  i  $H_1$ :*

- $H_0$ - *nulta hipoteza (neutralno ili očekivano stanje).*
- $H_1$  - *alternativna hipoteza je obično ona koju želimo da dokažemo.*

*Cilj testa je da se nađu dokazi protiv hipoteze  $H_0$ , a u korist hipoteze  $H_1$ . Za testiranje treba statistika testa  $S$  i oblast odbacivanja  $C$ .*

*Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:*

- *Ako je  $S \in C$ , odbacujemo  $H_0$  u korist  $H_1$*
- *Ako je  $S \notin C$ , ne odbacujemo  $H_0$ .*

# Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze:  $H_0$  i  $H_1$ :

- $H_0$ - *nulta hipoteza* (neutralno ili očekivano stanje).
- $H_1$  - *alternativna hipoteza* je obično ona koju želimo da dokažemo.

Cilj testa je da se nađu dokazi *protiv* hipoteze  $H_0$ , a u korist hipoteze  $H_1$ .  
Za testiranje treba *statistika testa*  $S$  i *oblast odbacivanja*  $C$ .

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- Ako je  $S \in C$ , odbacujemo  $H_0$  u korist  $H_1$ .
- Ako je  $S \notin C$ , ne odbacujemo  $H_0$ .

# Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze:  $H_0$  i  $H_1$ :

- $H_0$ - *nulta hipoteza* (neutralno ili očekivano stanje).
- $H_1$  - *alternativna hipoteza* je obično ona koju želimo da dokažemo.

Cilj testa je da se nađu dokazi *protiv hipoteze  $H_0$* , a u korist hipoteze  $H_1$ .  
Za testiranje treba *statistika testa  $S$*  i *oblast odbacivanja  $C$* .

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- Ako je  $S \in C$ , odbacujemo  $H_0$  u korist  $H_1$ .
- Ako je  $S \notin C$ , ne odbacujemo  $H_0$ .

# Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze:  $H_0$  i  $H_1$ :

- $H_0$ - *nulta hipoteza* (neutralno ili očekivano stanje).
- $H_1$  - *alternativna hipoteza* je obično ona koju želimo da dokažemo.

Cilj testa je da se nađu dokazi *protiv hipoteze  $H_0$* , a u korist hipoteze  $H_1$ . Za testiranje treba *statistika testa  $S$*  i *oblast odbacivanja  $C$* .

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- Ako je  $S \in C$ , odbacujemo  $H_0$  u korist  $H_1$ .
- Ako je  $S \notin C$ , ne odbacujemo  $H_0$ .

# Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze:  $H_0$  i  $H_1$ :

- $H_0$ - *nulta hipoteza* (neutralno ili očekivano stanje).
- $H_1$  - *alternativna hipoteza* je obično ona koju želimo da dokažemo.

Cilj testa je da se nađu dokazi *protiv hipoteze  $H_0$* , a u korist hipoteze  $H_1$ .  
Za testiranje treba *statistika testa  $S$*  i *oblast odbacivanja  $C$* .

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- Ako je  $S \in C$ , odbacujemo  $H_0$  u korist  $H_1$
- Ako je  $S \notin C$ , ne odbacujemo  $H_0$ .

# Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze:  $H_0$  i  $H_1$ :

- $H_0$ - *nulta hipoteza* (neutralno ili očekivano stanje).
- $H_1$  - *alternativna hipoteza* je obično ona koju želimo da dokažemo.

Cilj testa je da se nađu dokazi *protiv hipoteze  $H_0$* , a u korist hipoteze  $H_1$ . Za testiranje treba *statistika testa  $S$*  i *oblast odbacivanja  $C$* .

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- Ako je  $S \in C$ , odbacujemo  $H_0$  u korist  $H_1$
- Ako je  $S \notin C$ , ne odbacujemo  $H_0$ .



# Testiranje hipoteza

Testovi hipoteza formulišu se u kontekstu dve hipoteze:  $H_0$  i  $H_1$ :

- $H_0$ - *nulta hipoteza* (neutralno ili očekivano stanje).
- $H_1$  - *alternativna hipoteza* je obično ona koju želimo da dokažemo.

Cilj testa je da se nađu dokazi *protiv hipoteze  $H_0$* , a u korist hipoteze  $H_1$ .  
Za testiranje treba *statistika testa  $S$*  i *oblast odbacivanja  $C$* .

Zaključak testa može biti jedan od sledeća dva:

- Ako je  $S \in C$ , odbacujemo  $H_0$  u korist  $H_1$
- Ako je  $S \notin C$ , ne odbacujemo  $H_0$ .

# Testiranje parametarskih hipoteza

Ako je  $\theta \in \Theta$ , hipoteze se definišu kao  $H_0 : \theta \in \Theta_0$  i  $H_1 : \theta \in \Theta_1$ . U primeru sa novčićem:

$$\Theta = (0, 1), \quad \Theta_0 = \{1/2\}, \quad \Theta_1 = (1/2, 1).$$

Za hipoteze se kaže da su **komplementarne** ako je  $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ . Ako hipoteze nisu komplementarne, može se dogoditi da nijedna od hipoteza  $H_0, H_1$  nije tačna.

# Dve vrste grešaka

- Moć testa je verovatnoća da se  $H_0$  odbaci kao funkcija od  $\theta \in \Theta$ :

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \quad \theta \in \Theta.$$

- Greška prve vrste nastaje ako se  $H_0$  odbaci kada je  $H_0$  tačna, tj. stvarno  $\theta$  je u  $\Theta_0$ . Verovatnoća greške prve vrste je

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- Greška druge vrste nastaje ako se  $H_0$  ne odbaci kada je  $H_1$  tačna, tj. kad  $\theta \in \Theta_1$ . Verovatnoća ove greške u funkciji od  $\theta \in \Theta_1$  je

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- Supremum verovatnoće greške prve vrste je *nivo značajnosti testa*:

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

## Dve vrste grešaka

- *Moć testa* je verovatnoća da se  $H_0$  odbaci kao funkcija od  $\theta \in \Theta$ :

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \quad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste* nastaje ako se  $H_0$  odbaci kada je  $H_0$  tačna, tj. stvarno  $\theta$  je u  $\Theta_0$ . Verovatnoća greške prve vrste je

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste* nastaje ako se  $H_0$  ne odbaci kada je  $H_1$  tačna, tj. kad  $\theta \in \Theta_1$ . Verovatnoća ove greške u funkciji od  $\theta \in \Theta_1$  je

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste* je *nivo značajnosti testa*:

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

## Dve vrste grešaka

- *Moć testa* je verovatnoća da se  $H_0$  odbaci kao funkcija od  $\theta \in \Theta$ :

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \quad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste* nastaje ako se  $H_0$  odbaci kada je  $H_0$  tačna, tj. stvarno  $\theta$  je u  $\Theta_0$ . Verovatnoća greške prve vrste je

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste* nastaje ako se  $H_0$  ne odbaci kada je  $H_1$  tačna, tj. kad  $\theta \in \Theta_1$ . Verovatnoća ove greške u funkciji od  $\theta \in \Theta_1$  je

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste* je *nivo značajnosti testa*:

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

## Dve vrste grešaka

- *Moć testa* je verovatnoća da se  $H_0$  odbaci kao funkcija od  $\theta \in \Theta$ :

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \quad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste* nastaje ako se  $H_0$  odbaci kada je  $H_0$  tačna, tj. stvarno  $\theta$  je u  $\Theta_0$ . Verovatnoća greške prve vrste je

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste* nastaje ako se  $H_0$  ne odbaci kada je  $H_1$  tačna, tj. kad  $\theta \in \Theta_1$ . Verovatnoća ove greške u funkciji od  $\theta \in \Theta_1$  je

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste je nivo značajnosti testa:*

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

## Dve vrste grešaka

- *Moć testa* je verovatnoća da se  $H_0$  odbaci kao funkcija od  $\theta \in \Theta$ :

$$\gamma(\theta) = P(S \in C \mid \theta), \quad \theta \in \Theta.$$

- *Greška prve vrste* nastaje ako se  $H_0$  odbaci kada je  $H_0$  tačna, tj. stvarno  $\theta$  je u  $\Theta_0$ . Verovatnoća greške prve vrste je

$$\alpha(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_0.$$

- *Greška druge vrste* nastaje ako se  $H_0$  ne odbaci kada je  $H_1$  tačna, tj. kad  $\theta \in \Theta_1$ . Verovatnoća ove greške u funkciji od  $\theta \in \Theta_1$  je

$$\beta(\theta) = P(S \in C \mid \theta) = 1 - \gamma(\theta) \quad \text{za } \theta \in \Theta_1.$$

- *Supremum verovatnoće greške prve vrste* je *nivo značajnosti testa*:

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha(\theta).$$

## Kritična vrednost za oblast odbacivanja

*Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je  $C = [c, 100]$  ( $c$  je **kritična vrednost**). Kako se ponašaju  $\alpha(0.5)$  i  $\beta(0.6)$  za razne  $c$ ?*

- $c = 60$  :  $\alpha = 0.028$ ,  $\beta(0.6) = 0.457$ .
- $c = 65$  :  $\alpha = 0.00176$ ,  $\beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55$  :  $\alpha = 0.184$ ,  $\beta(0.6) = 0.131$

*Za dato  $n$  ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti  $H_0$  ako je tačna.*

*Za izabrani nivo značajnosti  $\alpha$  nalazimo  $c$  iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

*Standardne vrednosti su  $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01$ .*



## Kritična vrednost za oblast odbacivanja

*Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je  $C = [c, 100]$  ( $c$  je **kritična vrednost**). Kako se ponašaju  $\alpha(0.5)$  i  $\beta(0.6)$  za razne  $c$ ?*

- $c = 60$  :  $\alpha = 0.028$ ,  $\beta(0.6) = 0.457$ .
- $c = 65$  :  $\alpha = 0.00176$ ,  $\beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55$  :  $\alpha = 0.184$ ,  $\beta(0.6) = 0.131$

*Za dato  $n$  ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti  $H_0$  ako je tačna.*

*Za izabrani nivo značajnosti  $\alpha$  nalazimo  $c$  iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

*Standardne vrednosti su  $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01$ .*

## Kritična vrednost za oblast odbacivanja

*Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je  $C = [c, 100]$  ( $c$  je **kritična vrednost**). Kako se ponašaju  $\alpha(0.5)$  i  $\beta(0.6)$  za razne  $c$ ?*

- $c = 60$  :  $\alpha = 0.028$ ,  $\beta(0.6) = 0.457$ .
- $c = 65$  :  $\alpha = 0.00176$ ,  $\beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55$  :  $\alpha = 0.184$ ,  $\beta(0.6) = 0.131$

*Za dato  $n$  ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti  $H_0$  ako je tačna.*

*Za izabrani nivo značajnosti  $\alpha$  nalazimo  $c$  iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

*Standardne vrednosti su  $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01$ .*

## Kritična vrednost za oblast odbacivanja

*Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je  $C = [c, 100]$  ( $c$  je **kritična vrednost**). Kako se ponašaju  $\alpha(0.5)$  i  $\beta(0.6)$  za razne  $c$ ?*

- $c = 60$  :  $\alpha = 0.028$ ,  $\beta(0.6) = 0.457$ .
- $c = 65$  :  $\alpha = 0.00176$ ,  $\beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55$  :  $\alpha = 0.184$ ,  $\beta(0.6) = 0.131$

*Za dato  $n$  ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti  $H_0$  ako je tačna.*

*Za izabrani nivo značajnosti  $\alpha$  nalazimo  $c$  iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

*Standardne vrednosti su  $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01$ .*

## Kritična vrednost za oblast odbacivanja

*Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je  $C = [c, 100]$  ( $c$  je *kritična vrednost*). Kako se ponašaju  $\alpha(0.5)$  i  $\beta(0.6)$  za razne  $c$ ?*

- $c = 60$  :  $\alpha = 0.028$ ,  $\beta(0.6) = 0.457$ .
- $c = 65$  :  $\alpha = 0.00176$ ,  $\beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55$  :  $\alpha = 0.184$ ,  $\beta(0.6) = 0.131$

*Za dato  $n$  ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti  $H_0$  ako je tačna.*

*Za izabrani nivo značajnosti  $\alpha$  nalazimo  $c$  iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

*Standardne vrednosti su  $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01$ .*

## Kritična vrednost za oblast odbacivanja

*Primer sa novčićima: Oblast odbacivanja je  $C = [c, 100]$  ( $c$  je *kritična vrednost*). Kako se ponašaju  $\alpha(0.5)$  i  $\beta(0.6)$  za razne  $c$ ?*

- $c = 60$  :  $\alpha = 0.028$ ,  $\beta(0.6) = 0.457$ .
- $c = 65$  :  $\alpha = 0.00176$ ,  $\beta(0.6) = 0.821$
- $c = 55$  :  $\alpha = 0.184$ ,  $\beta(0.6) = 0.131$

*Za dato  $n$  ne mogu se istovremeno kontrolisati greške prve i druge vrste. U većini slučajeva je važnije ne odbaciti  $H_0$  ako je tačna.*

*Za izabrani nivo značajnosti  $\alpha$  nalazimo  $c$  iz*

$$P(S \geq c \mid \mu = 0.5) = \alpha.$$

*Standardne vrednosti su  $\alpha = 0.1, 0.05, 0.01$ .*

## Primer sa novčićima-nastavak

Za  $\alpha = 0.05$ :

*Izračunavanjem preko binomnih verovatnoća:*

$$P(S \geq 59 \mid \mu = 0.5) = 0.0443$$

$$P(S \geq 58 \mid \mu = 0.5) = 0.0666$$

*Usvajamo  $c = 59$ . Ako je broj pisama  $S \geq 59$  odbacujemo  $H_0$ , u protivnom ne odbacujemo.*

*Izračunavanjem aproksimativne verovatnoće iz normalne raspodele:*

- Za  $p = 0.5$ :  $E S = 50$ ,  $\text{Var } S = 25$ :  $Z = \frac{S-50}{5} \sim \mathcal{N}(0, 1)$*

$$P(S \geq c) = P\left(Z \geq \frac{c-50}{5}\right) = 0.5 \implies c = 58.25$$

- Usvajamo  $c = 59$ . Problemi kod diskretnih raspodela!*

## Primer sa novčićima-nastavak

Za  $\alpha = 0.05$ :

*Izračunavanjem preko binomnih verovatnoća:*

$$P(S \geq 59 \mid \mu = 0.5) = 0.0443$$

$$P(S \geq 58 \mid \mu = 0.5) = 0.0666$$

*Usvajamo  $c = 59$ . Ako je broj pisama  $S \geq 59$  odbacujemo  $H_0$ , u protivnom ne odbacujemo.*

*Izračunavanjem aproksimativne verovatnoće iz normalne raspodele:*

- Za  $p = 0.5$ :  $E S = 50$ ,  $\text{Var } S = 25$ :  $Z = \frac{S-50}{5} \sim \mathcal{N}(0, 1)$*

$$P(S \geq c) = P\left(Z \geq \frac{c-50}{5}\right) = 0.5 \implies c = 58.25$$

- Usvajamo  $c = 59$ . Problemi kod diskretnih raspodela!*

## Primer sa novčićima-nastavak

Za  $\alpha = 0.05$ :

*Izračunavanjem preko binomnih verovatnoća:*

$$P(S \geq 59 \mid \mu = 0.5) = 0.0443$$

$$P(S \geq 58 \mid \mu = 0.5) = 0.0666$$

*Usvajamo  $c = 59$ . Ako je broj pisama  $S \geq 59$  odbacujemo  $H_0$ , u protivnom ne odbacujemo.*

*Izračunavanjem aproksimativne verovatnoće iz normalne raspodele:*

- Za  $p = 0.5$ :  $E S = 50$ ,  $\text{Var } S = 25$ :  $Z = \frac{S-50}{5} \sim \mathcal{N}(0, 1)$

$$P(S \geq c) = P\left(Z \geq \frac{c-50}{5}\right) = 0.5 \implies c = 58.25$$

- *Usvajamo  $c = 59$ . Problemi kod diskretnih raspodela!*



## Primer sa novčićima-nastavak

Za  $\alpha = 0.05$ :

*Izračunavanjem preko binomnih verovatnoća:*

$$P(S \geq 59 \mid \mu = 0.5) = 0.0443$$

$$P(S \geq 58 \mid \mu = 0.5) = 0.0666$$

*Usvajamo  $c = 59$ . Ako je broj pisama  $S \geq 59$  odbacujemo  $H_0$ , u protivnom ne odbacujemo.*

*Izračunavanjem aproksimativne verovatnoće iz normalne raspodele:*

- Za  $p = 0.5$ :  $E S = 50$ ,  $\text{Var } S = 25$ :  $Z = \frac{S-50}{5} \sim \mathcal{N}(0, 1)$

$$P(S \geq c) = P\left(Z \geq \frac{c-50}{5}\right) = 0.5 \implies c = 58.25$$

- *Usvajamo  $c = 59$ . Problemi kod diskretnih raspodela!*

## Testiranje preko intervala poverenja

*U primeru sa novčičima, oblast odbacivanja je oblika  $[c, 100]$ .*

*Aproksimativni interval oblika  $[A, +\infty)$  preko CGT ( $\hat{p} = S/100$ ):*

$$I_{1-\alpha} = \left( \hat{p} - \varepsilon_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, +\infty \right).$$

*Za  $\alpha = 0.05$ ,  $\sigma = \frac{1}{2}$  (najgori slučaj),  $n = 100$ , dobijamo interval*

$$I_{1-\alpha} = \left( \frac{S}{100} - \frac{1.65}{20}, +\infty \right),$$

*Odbacujemo  $H_0$  sa nivoom značajnosti 0.05, ako i samo ako  $I_{1-\alpha}$  ne sadrži  $1/2$ , odnosno ako  $\frac{S}{100} - \frac{1.65}{20} > 1/2 \implies S > 58.25$*

## Testiranje preko intervala poverenja - opšti slučaj

Za  $\Theta = [a, b]$  ( $-\infty \leq a < b \leq +\infty$ ):

Neka su  $H_0$  i  $H_1$  hipoteze kojima odgovaraju oblasti  $\Theta_0$  i  $\Theta_1$  vrednosti parametra  $\theta$ . Konstruišimo interval poverenja  $I_{1-\alpha}$  sa nivoom poverenja  $1 - \alpha$  po sledećem pravilu

Ako je $H_1$ oblika	tada je $I_{1-\alpha}$ oblika
$\theta < \theta_0$	$(a, B)$
$\theta > \theta_0$	$(A, b)$
$\theta \neq \theta_0$	$(A, B)$

( $A$  i  $B$  su slučajne promenljive)

Test sa pravilom odlučivanja

Hipoteza  $H_0$  se odbacuje ako i samo ako  $I_{1-\alpha} \cap \Theta_0 = \emptyset$

ima nivo značajnosti jednak  $\alpha$ .

## Testiranje preko značajnosti ( $p$ -vrednosti)

Neka je  $S = s$  realizovana vrednost statistike testa. Najmanji nivo značajnosti na kome bismo hipotezu  $H_0$  odbacili pri  $S = s$  je **značajnost** ili  **$p$ -vrednost**. ✓

Što je značajnost manja, utoliko su jači dokazi protiv  $H_0$  u korist  $H_1$ . ✓  
Ako je oblast odbacivanja oblika  $\{S \geq c\}$ , značajnost vrednosti  $S = s$  dobija se kao  $\sup_{\theta \in \Theta_0} P(S \geq s)$ . Analogno se postupa u slučajevima kada je oblast odbacivanja oblika  $\{S > c\}$ ,  $\{S \leq c\}$  ili  $\{S < c\}$ .

Primer sa novčićima!

## Primer sa složenom hipotezom $H_0$

**Primer 159.** Uzorak  $(X_1, \dots, X_{100})$  iz normalne raspodele  $\mathcal{N}(\mu, 1)$ , gde je  $\mu$  nepoznato. Testiramo

$$H_0 : \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \mu \leq 1.$$

- Statistika testa:  $\hat{\mu}$ .
- Male vrednosti  $\mu$  su dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$ . Oblast odbacivanja je  $(-\infty, c]$ .
- $p$ -vrednost za realizovano  $\hat{\mu} = t$  je

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t-1}{1/10}\right).$$

Na primer, za  $\hat{\mu} = 0.8$  dobijamo  $p$ -vrednost 0.023.

- $p$ -vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv  $H_0$ .

## Primer sa složenom hipotezom $H_0$

**Primer 159.** *Uzorak  $(X_1, \dots, X_{100})$  iz normalne raspodele  $\mathcal{N}(\mu, 1)$ , gde je  $\mu$  nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \mu \leq 1.$$

- *Statistika testa:  $\hat{\mu}$ .*
- *Male vrednosti  $\mu$  su dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$ . Oblast odbacivanja je  $(-\infty, c]$ .*
- *p-vrednost za realizovano  $\hat{\mu} = t$  je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t - 1}{1/10}\right).$$

*Na primer, za  $\hat{\mu} = 0.8$  dobijamo p-vrednost 0.023.*

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv  $H_0$ .*

## Primer sa složenom hipotezom $H_0$

**Primer 159.** Uzorak  $(X_1, \dots, X_{100})$  iz normalne raspodele  $\mathcal{N}(\mu, 1)$ , gde je  $\mu$  nepoznato. Testiramo

$$H_0 : \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \mu \leq 1.$$

- Statistika testa:  $\hat{\mu}$ .
- Male vrednosti  $\mu$  su dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$ . Oblast odbacivanja je  $(-\infty, c]$ .
- $p$ -vrednost za realizovano  $\hat{\mu} = t$  je

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t - 1}{1/10}\right).$$

Na primer, za  $\hat{\mu} = 0.8$  dobijamo  $p$ -vrednost 0.023.

- $p$ -vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv  $H_0$ .

## Primer sa složenom hipotezom $H_0$

**Primer 159.** *Uzorak  $(X_1, \dots, X_{100})$  iz normalne raspodele  $\mathcal{N}(\mu, 1)$ , gde je  $\mu$  nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \mu \leq 1.$$

- *Statistika testa:  $\hat{\mu}$ .*
- *Male vrednosti  $\mu$  su dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$ . Oblast odbacivanja je  $(-\infty, c]$ .*
- *p-vrednost za realizovano  $\hat{\mu} = t$  je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t - 1}{1/10}\right).$$

*Na primer, za  $\hat{\mu} = 0.8$  dobijamo p-vrednost 0.023.*

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv  $H_0$ .*



## Primer sa složenom hipotezom $H_0$

**Primer 159.** Uzorak  $(X_1, \dots, X_{100})$  iz normalne raspodele  $\mathcal{N}(\mu, 1)$ , gde je  $\mu$  nepoznato. Testiramo

$$H_0 : \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \mu \leq 1.$$

- Statistika testa:  $\hat{\mu}$ .
- Male vrednosti  $\mu$  su dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$ . Oblast odbacivanja je  $(-\infty, c]$ .
- $p$ -vrednost za realizovano  $\hat{\mu} = t$  je

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t - 1}{1/10}\right).$$

Na primer, za  $\hat{\mu} = 0.8$  dobijamo  $p$ -vrednost 0.023.

- $p$ -vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv  $H_0$ .

## Primer sa složenom hipotezom $H_0$

**Primer 159.** *Uzorak  $(X_1, \dots, X_{100})$  iz normalne raspodele  $\mathcal{N}(\mu, 1)$ , gde je  $\mu$  nepoznato. Testiramo*

$$H_0 : \mu > 1 \quad \text{protiv} \quad H_1 : \mu \leq 1.$$

- *Statistika testa:  $\hat{\mu}$ .*
- *Male vrednosti  $\mu$  su dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$ . Oblast odbacivanja je  $(-\infty, c]$ .*
- *p-vrednost za realizovano  $\hat{\mu} = t$  je*

$$\sup_{\mu > 1} P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu) = P(\hat{\mu} \leq t \mid \mu = 1) = P\left(Z \leq \frac{t - 1}{1/10}\right).$$

*Na primer, za  $\hat{\mu} = 0.8$  dobijamo p-vrednost 0.023.*

- *p-vrednost daje potpunu informaciju o jačini dokaza protiv  $H_0$ .*

## Treba znati da ...

- Kritična oblast zavisi od  $H_1$  (dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$  !)
- U slučaju kad se  $H_0$  ne odbacuje, to ne znači da je potvrđena, već samo da nema dokaza protiv  $H_0$  u korist  $H_1$ . U primeru novčića, u svakom slučaju u kome nije odbačena hipoteza  $p = 0.5$ , neće biti odbačena nijedna hipoteza  $p = p_0$  sa  $p_0 > 0.5$ . Takođe može se dogoditi da sa istim podacima ne bude odbačena ni hipoteza sa  $p_0 = 0.49$  i slično.
- Ako koristimo statistički softver za testiranje hipoteza, dobićemo kao odgovor samo značajnost ( $p$ -value).
- Sa dovoljno velikim uzorkom može se kontrolisati verovatnoća grešaka obe vrste.

## Treba znati da ...

- Kritična oblast zavisi od  $H_1$  (dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$  !)
- U slučaju kad se  $H_0$  ne odbacuje, to ne znači da je potvrđena, već samo da nema dokaza protiv  $H_0$  u korist  $H_1$ . U primeru novčića, u svakom slučaju u kome nije odbačena hipoteza  $p = 0.5$ , neće biti odbačena nijedna hipoteza  $p = p_0$  sa  $p_0 > 0.5$ . Takođe može se dogoditi da sa istim podacima ne bude odbačena ni hipoteza sa  $p_0 = 0.49$  i slično.
- Ako koristimo statistički softver za testiranje hipoteza, dobićemo kao odgovor samo značajnost ( $p$ -value).
- Sa dovoljno velikim uzorkom može se kontrolisati verovatnoća grešaka obe vrste.

## Treba znati da ...

- Kritična oblast zavisi od  $H_1$  (dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$  !)
- U slučaju kad se  $H_0$  ne odbacuje, to ne znači da je potvrđena, već samo da nema dokaza protiv  $H_0$  u korist  $H_1$ . U primeru novčića, u svakom slučaju u kome nije odbačena hipoteza  $p = 0.5$ , neće biti odbačena nijedna hipoteza  $p = p_0$  sa  $p_0 > 0.5$ . Takođe može se dogoditi da sa istim podacima ne bude odbačena ni hipoteza sa  $p_0 = 0.49$  i slično.
- Ako koristimo statistički softver za testiranje hipoteza, dobićemo kao odgovor samo značajnost ( $p$ -value).
- Sa dovoljno velikim uzorkom može se kontrolisati verovatnoća grešaka obe vrste.

## Treba znati da ...

- Kritična oblast zavisi od  $H_1$  (dokazi protiv  $H_0$  a u korist  $H_1$  !)
- U slučaju kad se  $H_0$  ne odbacuje, to ne znači da je potvrđena, već samo da nema dokaza protiv  $H_0$  u korist  $H_1$ . U primeru novčića, u svakom slučaju u kome nije odbačena hipoteza  $p = 0.5$ , neće biti odbačena nijedna hipoteza  $p = p_0$  sa  $p_0 > 0.5$ . Takođe može se dogoditi da sa istim podacima ne bude odbačena ni hipoteza sa  $p_0 = 0.49$  i slično.
- Ako koristimo statistički softver za testiranje hipoteza, dobićemo kao odgovor samo značajnost ( $p$ -value).
- Sa dovoljno velikim uzorkom može se kontrolisati verovatnoća grešaka obe vrste.

Za vežbu: Primeri 152, 153, 156, 157, 158, 162-164; Zadaci: 162-167, 171.