Ime i prezime: Broj indeksa:

Elektrotehnički fakultet u Beogradu

Verovatnoća i statistika 13E082VIS, 13E082VISR, 13E082VIST

– Kolokvijum - 10. april 2016 –

∼∼∼∼∼

Kolokvijum traje 60 minuta. Nije dozvoljeno korišćenje udžbenika ni beležaka. Kalkulatori se mogu koristiti. Maksimalan broj poena je 30, a ne računa se za konačnu ocenu ako je manji od 15.

---

[4] **1.** Koliko najmanje puta treba baciti kockicu da bismo sa verovatnoćom od bar 0.99 bili sigurni da će pasti bar jedna šestica?

R: Verovatnoća da u n bacanja nijednom ne padne šestica je $(\frac{5}{6})^n$. Tražimo najmanji ceo broj n takav da je $(\frac{5}{6})^n \leq 0.01$, odnosno $n \geq \frac{\log(100)}{\log(6)-\log(5)} = 25.26$. Rezultat: $n = 26$. (*Zadatak 1 iz materijala)*

[4] **2.** Pecaroš pri svakom bacanju udice ulovi ribu sa verovatnoćom 1/4. Neka je N broj bacanja udice dok se ne ulove ukupno dve ribe. Naći zakon raspodele slučajne promenljive N.

R: Pretpostavljajući nezavisnost, N je broj Bernulijevih opita do drugog uspeha sa verovatnoćom uspeha $p = 1/4$. Ako je $N = k$, to onda znači da imamo jedan uspeh u prvih $k-1$ pokušaja, i jedan uspeh u k-tom pokušaju, dok se u ostalih $k-2$ pokušaja dogodio neuspeh. Odavde je $P(N = k) = (k-1)(1/4)^2(3/4)^{k-2} = \frac{(k-1)\cdot 3^{k-2}}{2^k}$, $k \geq 2$. (*Zadatak 10)*

[4] **3.** Tačka sa koordinatama (X,Y) bira se na slučajan način u trouglu sa temenima 0(0,0), A(2,0), B(1,1). Naći funkciju raspodele slučajne promenljive X.

R: Kako je površina datog trougla jednaka 1, zadatak se svodi na izračunavanje površine dela trougla sa leve strane prave koja je paralelna y-osi i sadrži tačku x:

$$F(x) = \frac{x^2}{2} \cdot I_{\{0\leq x<1\}} + \left(1 - \frac{(2-x)^2}{2}\right) \cdot I_{\{1\leq x\leq 2\}} + I_{x>2}.$$

Formula bez domena na kome je $F = 0$ i $F = 1$: -1 poen
(*Zadatak 9)*

[4] **4.** Marko polaže svaki ispit sa verovatnoćom 2/3. Ako znamo da je Marko u junskom roku položio bar jedan ispit od tri koja je polagao, izračunati verovatnoću da je položio sva tri ispita.
R: Neka je B događaj da je Marko položio bar jedan ispit, a S događaj da je položio sva tri. Tada je (pretpostavljamo nezavisnost) $P(S) = (2/3)^3 = 8/27$, $P(B) = 1-(1/3)^3 = 26/27$, a tražena verovatnoća je $P(S \mid B) = P(S)/P(B) = 4/13$,
(*Zadatak 2)*

[4] **5.** Zakon raspodele slučajne promenljive X dat je tablicom:

k	-3	-2	1	2
p_k	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	p	$\frac{1}{10}$

Odrediti p, a zatim naći zakon raspodele slučajne promenljive $Y = |X|$.

R: $p = 3/10, P(Y=1) = 3/10, P(Y=2) = 1/2, P(Y=3) = 1/5$
(*Zadatak 14)*

[10] **6.** Trgovačka firma ima frižidere tri klase energetske efikasnosti (A,B,C). Od 100 frižidera na stovarištu, 30 je klase A, 50 klase B i 20 klase C. Mesečna potrošnja frižidera (u kWh) je eksponencijalna slučajna promenljiva $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ sa prosečnom potrošnjom $\frac{1}{\lambda} = 4, 6, 10$ za klase A, B, C respektivno. Pošto su izgubljene nalepnice sa oznakom klase, firma je odlučila da proda sve frižidere na sniženju. Kupac jednog takvog frižidera ustanovio je da je u toku prvog meseca rada frižider potrošio između 5 i 7 kWh. Naći aposteriorne verovatnoće da je to bio frižider klase A, B, C.

R: Primenom Bajesove formule i formule totalne verovatnoce dobija se $P(A|D) = 0.288, P(B|D) = 0.525, P(C|D) = 0.187$, gde je D dogadjaj da je potroseno izmedju 5 i 7 kWh
(*Primeri 48 + 64)*